

UNIDAD IV. ANUALIDADES

4.5. Anualidades diferidas

Las anualidades diferidas son aquellas en las que el inicio de los pagos periódicos se pospone para un tiempo posterior a la formalización de la operación. No se requieren fórmulas nuevas a las ya vistas, solo hacer los ajustes correspondientes a los plazos específicos de cada ejemplo o problema.

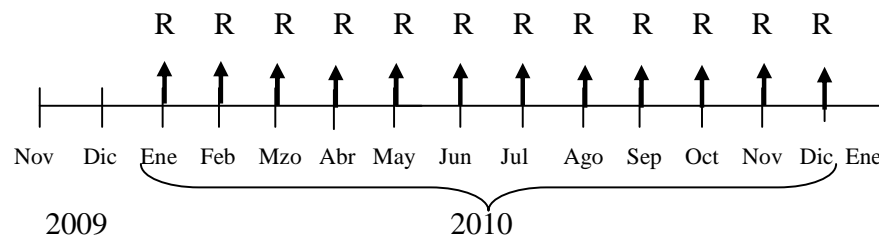
Ejemplo 1. Una tienda departamental con su lema “compre ahora y pague después” está vendiendo un escritorio por el cual se deben realizar 12 pagos mensuales de \$180 a partir del 1ro de enero del 2010 bajo una tasa del 36% anual capitalizable al mes. Si el escritorio se compra el 1ro de noviembre de 2009 determine el valor presente o de contado del artículo.

Solución: El diagrama de flujo de caja puede quedar de la siguiente forma.

$R = \$ 180$

$i = 36\%$ anual capitalizable mensualmente

$n = 12$ pagos mensuales



Una estrategia para calcular el valor del artículo para el 1ro de noviembre de 2009 es determinar el valor presente de dichos pagos periódicos, si se considera que son vencidos (es decir que inician un mes después) habremos calculado el valor presente para el 1ro de diciembre de 2009.

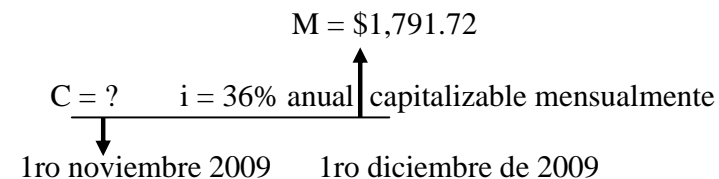
Entonces el valor presente de los pagos mensuales vencidos se calculan con la ecuación:

$$C = R \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]$$

$$C = \$180 \left[\frac{1 - (1 + 0.36/12)^{-12}}{0.36/12} \right] = \$1,791.72$$

Ahora para calcular el valor presente al 1ro de noviembre de 2009 se requiere calcularlo como si el valor de \$1,791.72 fuera un monto o valor futuro y el capital buscado se encuentre un periodo mensual anterior.

En un diagrama de flujo de caja lo anterior se expresa de la siguiente manera:



Para calcular el valor presente al 1ro de noviembre de 2009 se usa la fórmula de interés compuesto y se despeja “C” posteriormente se sustituyen los datos de la siguiente forma:

$$M = C(1+i)^n$$

$$C = \frac{M}{(1+i)^n} = \frac{\$1,791.72}{(1+0.36/12)^1} = \$1,739.53$$

RESPUESTA: El valor del artículo al 1ro de noviembre de 2009 es de \$1,739.53 bajo una tasa de interés del 36% anual capitalizable al mes con 12 pagos mensuales que inician el 1ro de enero de 2010.

Ejemplo 2. Calcular el valor actual de una renta semestral de \$6,000 durante 7 años si el primer pago semestral se realiza dentro de 3 años y el interés es de 17% semestral capitalizable al semestre.

Solución: los datos del problema son los siguientes:

R = \$6,000 pagos semestrales

n = 14 periodos semestrales (7 años)

i = 17% semestral capitalizable al semestre

Si consideramos los pagos como anticipados podemos calcular el valor presente de los pagos como primer paso.

$$C = R \left[1 + \frac{1 - (1+i)^{-n+1}}{i} \right] = \$6,000 \left[1 + \frac{1 - (1+0.17)^{-14+1}}{0.17} \right] = \$36,709.67$$

Posteriormente pasar esa cantidad que esta 3 años en el futuro a valor presente:

El factor $(1+0.17)^6$ se puede pasar al numerador con exponente negativo

$$M = C(1+i)^n$$

$$C = \frac{M}{(1+i)^n} = \frac{\$36,709.67}{(1+0.17)^{3*2}} = \$36,709.67(1+0.17)^{-6} = \$14,310.85$$

Nótese que en el problema estamos obligados a usar dos veces la letra “C” como capital para dos valores diferentes; es por eso que algunos autores para evitar confusión proponen el siguiente procedimiento:

$$C = \$6,000 \left[1 + \frac{1 - (1+0.17)^{-14+1}}{0.17} \right] (1+0.17)^{-6} = \$14,310.85$$

Valor equivalente de los 6 pagos anticipados al momento que inician

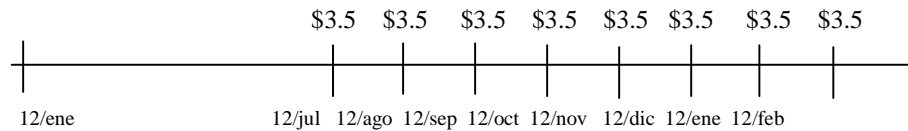
Factor que pasa el valor del dinero 6 periodos semestrales atrás

RESPUESTA: \$14,310.85 es el valor presente de una renta semestral de \$6,000 durante 7 años, si el primer pago inicia en 3 años bajo una tasa del 17% semestral capitalizable al semestre.

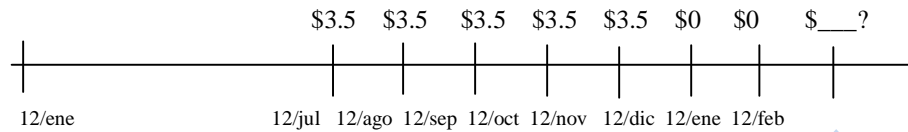
Ejemplo 3. El 12 de enero un deudor acuerda pagar una deuda mediante 8 pagos mensuales de \$3,500 haciendo el primero de ellos el 12 de julio del mismo año; si después de realizar el 5to pago no realiza los dos pagos siguientes; determine cuál es el valor del 8vo pago que debe realizar para cubrir completamente su deuda si el interés se calcula como 21.6% con capitalización mensual.

Solución: conviene hacer un diagrama de flujo de caja para este problema:

Se había pactado (cifras en miles de pesos para ahorrar espacio):



Pero lo que realmente ocurrió fue:



¿Cuánto se debe pagar en esta fecha para compensar los pagos que no se han hecho?

Opción 1: Pasar los pagos faltantes al futuro:

$$M = \$3,500 \left(1 + \frac{0.216}{12} \right)^2 + \$3,500 \left(1 + \frac{0.216}{12} \right)^1 + \$3,500 = \$10,690.13$$

Opción 2. Calcular la diferencia que le falta pagar al 12 de febrero:
Se calcula con la ecuación de monto para anualidades vencidas, nótese que en anualidades vencidas el último pago coincide con el valor del monto.

Ultimo pago = Total que debe pagar - Total que ya se ha pagado

$$M = R \left[\frac{(1+i)^8 - 1}{i} \right] - R \left[\frac{(1+i)^5 - 1}{i} \right] (1+i)^3$$

8 pagos vencidos, la fecha en la que se calcula el monto coincide con el último pago, es decir el 12/feb.
Esta fórmula calcula EL TOTAL DE LA DEUDA

5 pagos vencidos, julio, agosto, septiembre, octubre y noviembre PASADOS AL FUTURO 3 PERIODOS MENSUALES para que el dinero este valuado al 12/feb.

Sustituyendo los valores tenemos:

$$M = \$3,500 \left[\frac{\left(1 + \frac{0.216}{12}\right)^8 - 1}{\frac{0.216}{12}} \right] - \$3,500 \left[\frac{\left(1 + \frac{0.216}{12}\right)^5 - 1}{\frac{0.216}{12}} \right] (1+i)^3$$

$$M = \$29,828.95 - \$19,138.82 = \$10,690.13$$

RESPUESTA: \$10,690.13 es el valor que debe pagar el 12/feb para compensar los 3 últimos pagos que aún no realiza.

Ejemplo 4. El 14 de mayo del año 2008 se depositaron \$100,000 en un fondo de inversiones con el objeto de retirar 10 mensualidades a partir del 14 de febrero del año 2010; si los intereses que se ganan son de 17.52% capitalizable al mes, determine el valor de las mensualidades que se podrán retirar.

Solución: Los datos del problema son:

C = \$100,000 el 14 de mayo de 2008

10 pagos mensuales

Meses entre el 14/mayo/2008 al 14/febrero/2010: 21 meses.

NOTA: Puede calcularse a mano con restas visto en el tema 2.3:

<http://marcelrzm.comxa.com/MateFin/23TiempoExactoYAprox.pdf>

También puede calcularse en EXCEL de la siguiente forma:

Calcular el número de meses entre dos fechas

Para realizar esta tarea, use las funciones MES y AÑO como se muestra en el siguiente ejemplo.

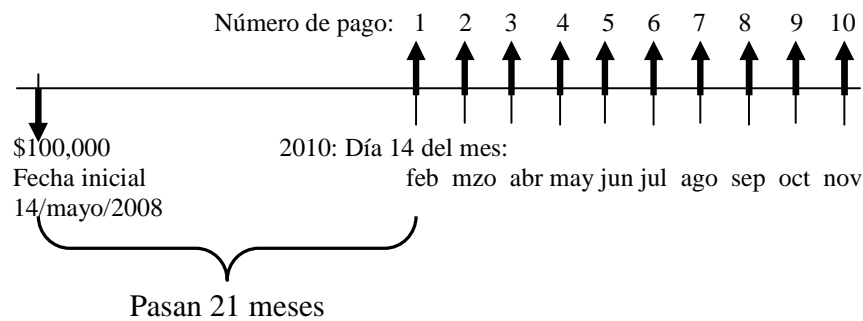
Ejemplo

Es más sencillo comprender el ejemplo si se copia en una hoja de cálculo en blanco.

Copiar un ejemplo

	A	B
1	Fecha	
2	9/6/2007	
3	2/9/2007	
4	10/12/2008	
5	Fórmula	Descripción (resultado)
	=MES(A3)-MES(A2)	Meses transcurridos entre dos fechas del mismo año (3)
6	=(AÑO(A4)-AÑO(A3))*12+MES(A4)-MES(A3)	Meses transcurridos entre dos fechas separadas más de un año (15)

Por lo tanto el diagrama de flujo de caja queda:



La ecuación para calcular el valor presente de pagos anualizados anticipados es:

$$C = R \left[1 + \frac{1 - (1+i)^{-n+1}}{i} \right]$$

Se requiere plantear una ecuación de equivalencia, una opción será la siguiente:

$$\$100,000 = R \left[1 + \frac{1 - (1+i)^{-n+1}}{i} \right] (1+i)^{-21}$$

$$\$100,000 = R \left[1 + \frac{1 - \left(1 + \frac{0.1752}{12}\right)^{-10+1}}{\frac{0.1752}{12}} \right] \left(1 + \frac{0.1752}{12}\right)^{-21}$$

$$R \left[1 + \frac{1 - \left(1 + \frac{0.1752}{12}\right)^{-10+1}}{\frac{0.1752}{12}} \right] \left(1 + \frac{0.1752}{12}\right)^{-21} = \$100,000$$

$$R = \frac{\$100,000 \left(1 + \frac{0.1752}{12}\right)^{21}}{\left[1 + \frac{1 - \left(1 + \frac{0.1752}{12}\right)^{-10+1}}{\frac{0.1752}{12}} \right]} = \frac{\$13,5578.87}{9.376687} = \$14,459.14$$

RESULTADO: Los pagos deben ser de **\$14,459.14** si se depositan **\$100,000 M.N** el **14/mayo/2008** y se cobran **10 pagos** a partir del **14 de abril de 2010**.

LOS SIGUIENTES EJERCICIOS SERÁN REALIZADOS POR LOS ALUMNOS BAJO SUPERVISIÓN DEL PROFESOR:

Ejemplo 5. El valor de contado de una mesa de billar es de \$22,000; la cual se puede adquirir a crédito mediante 6 pagos bimestrales; el primero de los cuales puede realizarse 6 meses después de la compra; si el interés es del 4% bimestral ¿Cuál deberá ser el valor de los pagos?

Ejemplo 6. Se está vendiendo un equipo por el cual se deben realizar 18 pagos mensuales de \$200 a partir del 1ro de enero del 2010 bajo una tasa del 36% anual capitalizable al mes. Si el equipo se compra el 1ro de agosto de 2009 determine el valor presente o de contado del artículo.

Ejemplo 7. Calcular el valor actual de una renta bimestral de \$6,000 durante 10 años si el primer pago bimestral se realiza dentro de 2 años y el interés es de 17% bimestral capitalizable al bimestre.

Actividad 4.5. Anualidades diferidas. Realiza los siguientes ejercicios:

1.- Se obtiene un préstamo por \$2,000,000 bajo una tasa de interés del 23.29% anual capitalizable al mes para la compra de una maquinaria, determine cuál es el importe de cada uno de los pagos mensuales requeridos para cubrir la deuda si el plazo para pagar es de 3 años y se empieza a pagar después de:

- a) 6 meses
- b) 12 meses

2.- Se está vendiendo un equipo por el cual se deben realizar 18 pagos mensuales de \$2,000 a partir del 1ro de enero del 2010 bajo una tasa del 36% anual capitalizable al mes. Determine el valor presente o de contado del artículo si el equipo se compra en la fecha:

- a) 1ro de marzo de 2009
- b) 1ro de mayo de 2009

Entrega tus resultados en forma de PRÁCTICA DE EJERCICIOS, siguiendo las rúbricas indicadas en la dirección:

<http://marcelrzm.comxa.com/Rubricas/Rubricas.htm>

Puede enviar el documento final por correo electrónico a las siguientes direcciones: marcelrzm@hotmail.com; marcelrzm@hotmail.com; marcelrzm@yahoo.com.mx y marcelrz2002@yahoo.com.mx

Recuerde enviar dicho correo con copia a usted mismo y en asunto colocar “4.5. Anualidades diferidas”.