VALOR DE LA INFORMACION EN LAS DECISIONES

JUAN ANTONIO DEL VALLE F.

Existen algunos problemas de decisiones bajo riesgo que son susceptibles de agregarles información útil que describa mejor el problema y haga posible calcular con mayor confianza las probabilidades de los resultados. Una decisión deberá hacer uso de toda la información disponible y relevante al problema.

Veámos un ejemplo sencillo para comprender mejor los conceptos, si se tiene el problema de tomar la decisión de lanzar al mercado un nuevo producto para la construcción o bien abandonar esa idea.

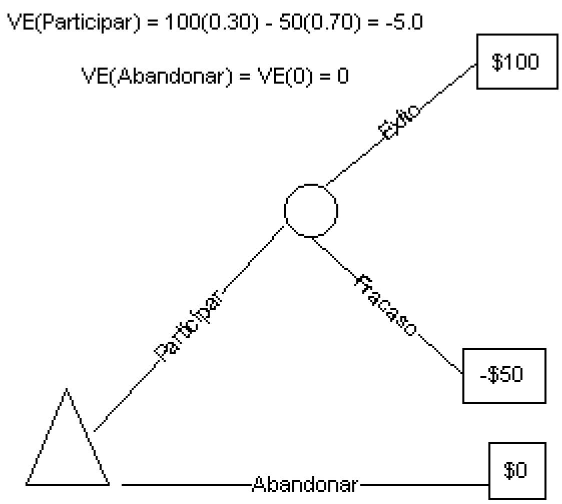

Figura 1. Ejemplo de decisiones bajo riesgo,
Lanzar al mercado un producto.

Como se puede ver en el modelo de árbol de decisiones de ese problema, figura 1, se supone que toda la información disponible sobre las posibilidades de éxito fue puesta en juego.

El ejemplo planteado nos dice que el decisor estima que la probabilidad de exito al lanzar el producto al mercado es de 0.3 y complementariamente la probabilidad de que no se venda lo suficiente sería de 0.7 .

Sobre la base de un criterio de valor esperado, el análisis de la decisión sugiere que sería mejor abandonar el proyecto, sin embargo antes de hacerlo sería conveniente analizar las posibilidades que existen de evaluar mejor las posibilidades de éxito incorporando más información al modelo.

Esta nueva información deberá enfocarse a mejorar el proceso de asignación de probabilidades y su fuente de información deberá provenir de un muestreo al mundo real; en el ejemplo propuesto el decisor podría consultar a una empresa investigadora de mercados, para que le determine, mediante una encuesta a algunos de sus consumidores potenciales, si estarían dispuestos a comprar el producto.

1. Información Perfecta.

Con objeto de contar primero con una idea del valor más alto que podría pagarse por esa información adicional, es conveniente evaluar el problema de decisión bajo la suposición que una predicción perfecta o infalible, fuera hecha. El árbol de decisiones para esta situación hipotética se muestra en la figura 2.

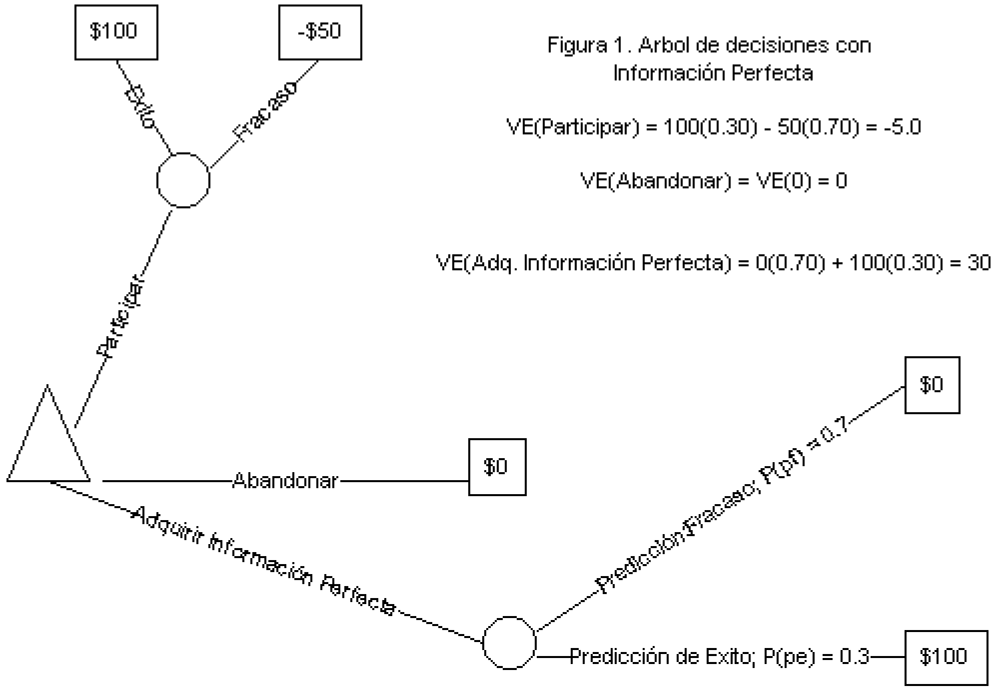

Figura 1. Arbol de decisiones con Información Perfecta

VE(Participar) = 100(0.30) - 50(0.70) = -5.0

VE(Abandonar) = VE(0) = 0

VE(Adq. Información Perfecta) = 0(0.70) + 100(0.30) = 30

Si la predicción perfecta indica que el nuevo producto será un éxito, entonces se seleccionaría la alternativa de lanzar el producto al mercado, mientras que si se sabe que fracasará, la decisión óptima será abandonar el proyecto. Se deberá tener en cuenta que la probabilidad de la predicción perfecta del éxito es la misma que la supuesta para el éxito del producto, dado que los dos eventos están perfectamente correlacionados. En esta forma la decisión óptima es seguir adelante conforme al resultado de usar la predicción perfecta, el cual tuvo un valor esperado de 30 unidades de ganancia:

VE(abandonar) = 0 VE(comprar información) = 30

La diferencia entre el valor esperado con la información disponible (VE/ID) y el valor esperado con la información perfecta (VE/IP) se conoce como el valor esperado de la información perfecta, VE(IP):

VE(IP) = VE/IP - VE/ID = 30 - 0 = 30

Deberá notarse que al usar una estrategia de información perfecta se tiene una costo de oportunidad cero, puesto que la decisión ideal será tomada y por lo tanto se optimiza el resultado.

El VE(IP) es una cota superior del valor de la información, ya que ninguna puede ser mejor y por lo tanto valer más que la información perfecta.

2 Información Imperfecta.

Si la empresa investigadora de mercados está pensando en realizar un muestreo para estimar las posibilidades de éxito del nuevo producto, el costo más grande que pudiera asignarse es 30, mismo que puede disminuir en proporción a la incertidumbre sobre la veracidad de recomendación de la empresa, ya que el muestreo no aporta una información perfecta. En la práctica nunca se tiene acceso a la información perfecta, sin embargo el concepto resulta de mucha utilidad por proporcionar una frontera superior del costo del muestreo. El valor esperado con información imperfecta (VE/II) y el valor esperado de la información imperfecta (VEII) son evaluados de una forma análoga:

VE(II)=VE/II - VE/ID

VE/II podría ser calculado a partir de un árbol de decisiones, Figura 3, cuando son conocidas las probabilidades apropiadas.

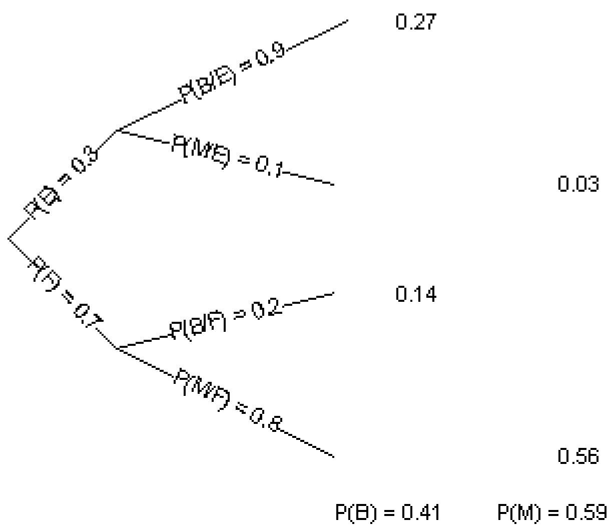

Figura 2. Arbol auxiliar para el cálculo de probabilidades.

Si suponemos por simplicidad de exposición, que la empresa investigadora de mercados sólo dará dos tipos de respuestas probables, una buena (B) que anuncia las buenas perspectivas del mercado hacia el producto y una mala (M) recomendando abandonar el proyecto, además deberá tenerse en cuenta que esta información tendrá un costo de 2 unidades .

La decisión de lanzar el nuevo producto será tomada después de conocer el reporte de la investigación del mercado. Las probabilidades de éxito y fracaso serán las probabilidades condicionales:

P(E/B), P(E/M), P(F/B), P(F/M).

En el cálculo de las anteriores probabilidades será también necesario determinar previamente las probabilidades: P(B), P(M). Como datos del problema se cuenta con las probabilidades anteriores, fijadas antes de observar los resultados de la investigación del mercado:

P(E) = 0.3 P(F) = 0.7

Por otro lado, la empresa consultora trata de dar realismo a sus estimaciones fijando las probabilidades de que el informante, la empresa consultora, se equivoque en sus recomendaciones del proyecto:

P(B/F) = 0.2 ; P(M/E) = 0.1.

En otras palabras, si el lanzamiento resulta un éxito entonces la empresa tiene una probabilidad de 0.9 de hacer una buena recomendación del proyecto; mientras que si el lanzamiento resulta un fracaso entonces existe una probabilidad de 0.8 de atinar en su recomendación.

Por el teorema de Bayes y por el teorema de la probabilidad completa se tienen los siguientes resultados:

$$P(E/B) = [P(B/E)\ P(E)]/P(B) = 0.9(0.3)/0.41 = 0.27/0.41 = 0.659$$

$$P(F/B) = [P(B/F)\ P(F)]/P(B) = [0.2(0.7)]/0.41 = 0.14/0.41 = 0.341$$

$$P(E/M) = [P(M/E)\ P(E)]/P(M) = 0.1(0.3)/0.59 = 0.03/0.59 = 0.051$$

$$P(F/M) = [P(M/F)\ P(E)]/P(M) = 0.8(0.7)/0.59 = 0.56/0.59 = 0.949$$

El resultado del análisis de decisiones con estas probabilidades da un valor esperado con información imperfecta de -0.01 lo cual recomienda abandonar el proyecto; si la empresa consultora pudiera reducir su propuesta de costo de muestrear en uno por ciento se tendría un valor esperado positivo como para seguir adelante con la investigación del mercado.

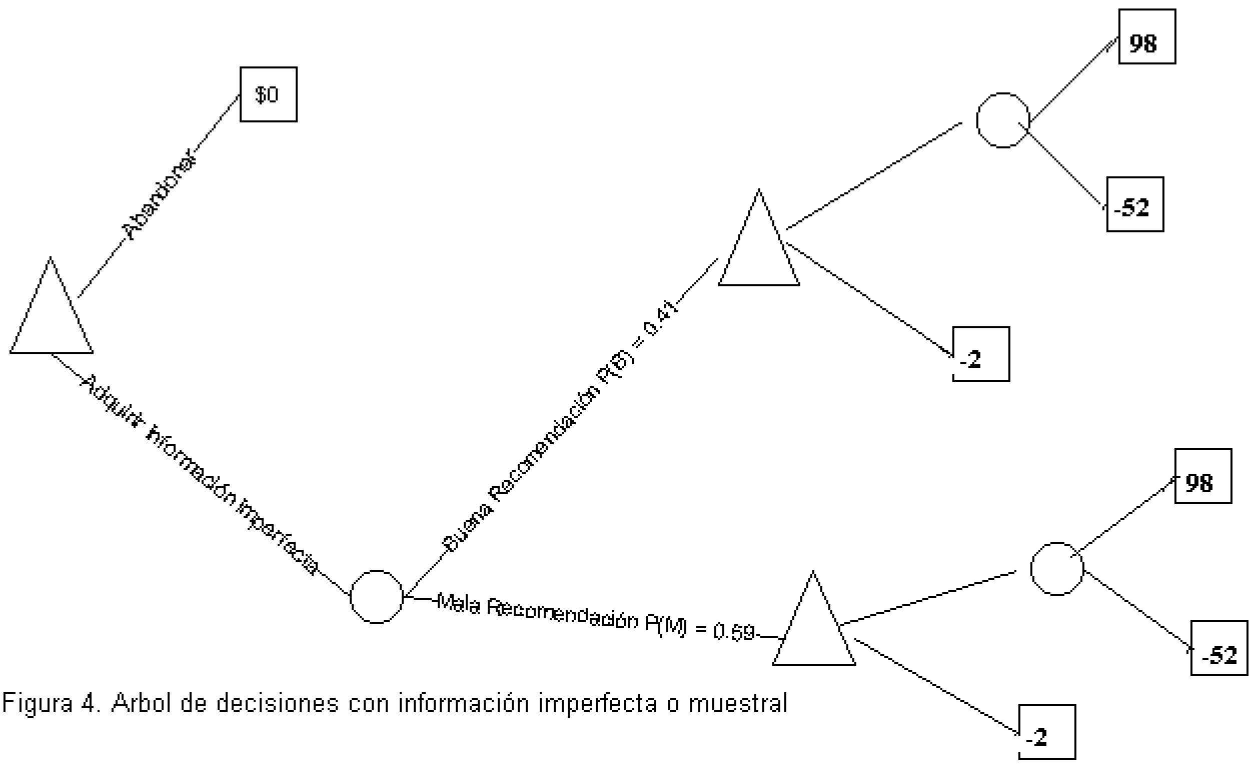

Figura 4. Arbol de decisiones con información imperfecta o muestral

A continuación tenemos un ejemplo para reafirmar los conceptos que se han mencionado.

EJEMPLO DE APLICACION. Situación Militar.

Después de recibir información parcial sobre los movimientos de las tropas enemigas a lo largo de una ruta de combate, un comandante de un batallón de artillería, enfrenta la necesidad de tomar la decisión de bombardear o no una ruta de combate, siendo el modelo matricial de decisiones el siguiente:

Movimiento de la tropa?	S_1= si $P(S_1)$=0.7	S_2= no $P(S_2)$=0.3
A_1 Bombardear	0	4
A_2 No bombardear	12	0

Los valores de la matriz son perdidas unitarias, elegidas arbitrariamente. El comandante puede elegir entre A1 y A2 sin necesidad de información adicional, o el comandante puede enviar una patrulla de reconocimiento para obtener una información adicional, pudiendo entonces suceder tres eventos:

E_1 : La patrulla es descubierta con la pérdida de 3 unidades.

E2 : La patrulla regresa sin información, con una pérdida de 0.20 unidades.

E3 : La patrulla regresa reportando las actividades de la tropa enemiga, con una perdida de 0.20 unidades.

El comandante asigna las siguientes probabilidades condicionales subjetivamente.

$P(E_1/S_1) = 0.4$	$P(E_1/S_2) = 0.2$
$P(E_2/S_1) = 0.1$	$P(E_2/S_2) = 0.8$
$P(E_3/S_1) = 0.5$	$P(E_3/S_2) = 0.0$

a) Desarrolle el árbol de decisiones del problema.

b) Determine las probabilidades posteriores (relativas a la lógica de Bayes).

c) Resuelva el árbol de decisiones para determinar la mejor alternativa.

SOLUCION:

a) El árbol de decisiones se establece en la siguiente Figura 5

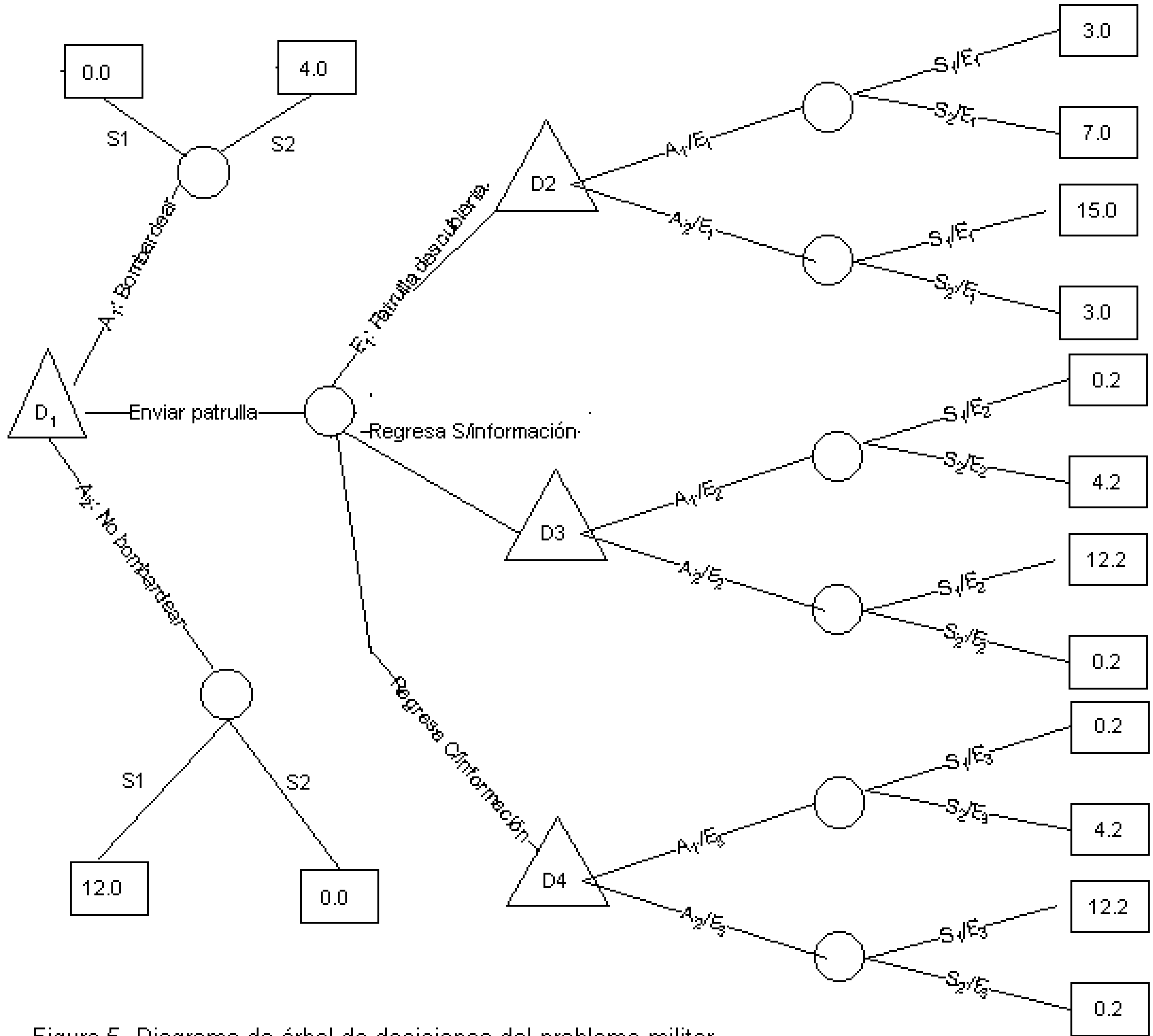

Figura 5. Diagrama de árbol de decisiones del problema militar.

b) Para encontrar las probabilidades posteriores tenemos:

$P(E_1) = P(E_1/S_1)\ P(S_1) + P(E_1/S2)\ P(S2)$

$P(E_1) = (\ 0.4 \times 0.7\ )+(\ 0.2 \times 0.3\ )=0.34$

$P(E2) = P(E2/S_1)\ P(S_1) + P(E2/S2)\ P(S2)$

$=0.1 \times 0.7 + 0.8 \times 0.3 =0.31$

$P(E3) = P(E3/S_1)\ P(S_1) + P(E3/S2)\ P(S2)$

$=0.5 \times 0.7 + 0.0 \times 0.3 =0.35$

Cálculo de las probabilidades condicionales:

$P(S_1/E1) = [P(E_1/S_1)\ P(S_1)]/\ P(E_1) = 0.82$

y así de igual manera se calcularon las siguientes probabilidades condicionales:

$P(S2/E1) = 0.18$

$P(S2/E2) = 0.77$

$P(S2/E3) = 0.00$

$P(S1/E2) = 0.23$

$P(S1/E3) = 1.00$

c) Al resolver el árbol de decisiones tenemos que aplicar el valor esperado en los nodos más distantes y acercarse hasta el nodo raíz:

Para la alternativa A1:

$VE(A1) = 0(0.7) + 4(0.3) = 1.2$

$VE(A2) = 12(0.7) + 0(0.3) = 8.4$

Para el nodo D2 se tiene:

$VE(A1) = 3(0.82) + 7(0.18) = 3.72$

$VE(A2) = 15(0.82) + 3(0.18) = 12.84$

Para el nodo de decisión D3 :

$VE(A1) = 0.2(0.23) + 4.2(0.77) = 3.28$

$VE(A2) = 12.2(0.23) + 0.2(0.77) = 2.96$

Finalmente el valor esperado del nodo de decisión D4 :

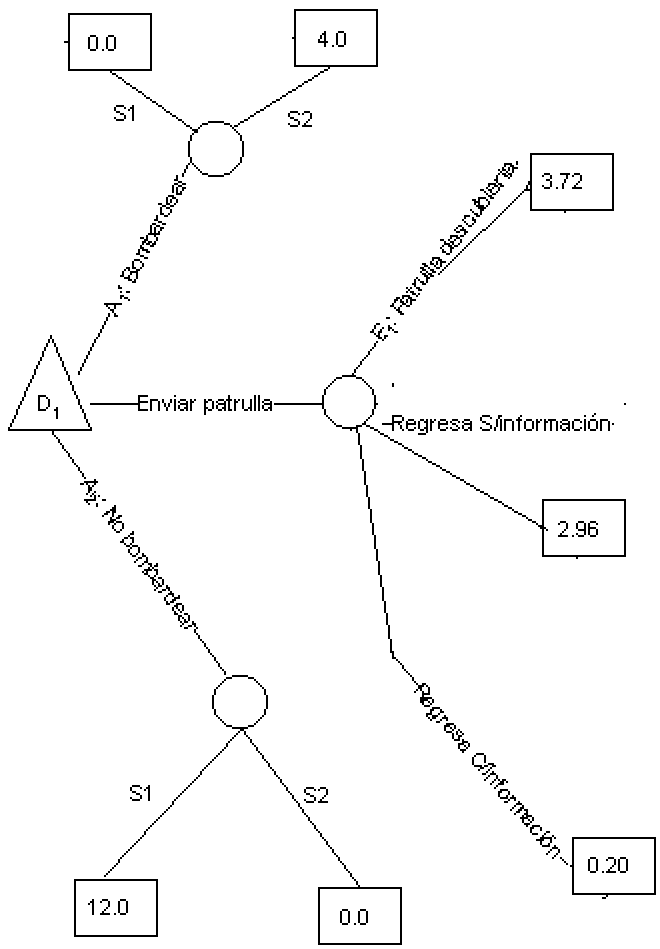

Figura 6. Resolviendo el árbol de decisiones del problema militar

VE(A1) = 0.2(1.0) + 4.2(0.0) = 0.2

VE(A2) = 12.2(1.0) + 0.2(0.0) = 12.2

Sustituyendo los valores esperados marcados, en los nodos de decisión, se tiene la siguiente Figura 6.

Obteniendo el valor esperado para el nodo D1:

VE(con información)= 3.72 + 0.34 + (2.96)(0.31) + (0.2)(0.35) = 2.25

VE(sin información) = 1.2

Por lo tanto, la decisión debe ser no mandar patrulla y bombardear inmediatamente la ruta.

Problema Propuesto para Cuestionario.

Un ingeniero civil contratista desea escoger la longitud de unos pilotes prefabricados, los cuales se van a hincar hasta una capa de arena compacta que tiene la suficiente resistencia para soportar las cargas que le trasmite el pilote; las longitudes que pueden tener los pilotes son 15 metros o 20 metros; la profundidad a la que se supone se encuentra la capa resistente es de 15 metros o bien de 20 metros.

El precio unitario de los pilotes de 15 metros, incluyendo colocación y transporte es de 10 millones de pesos y el de 20 metros es de 13 millones de pesos. En virtud de que se requieren 10 pilotes para la obra, el costo de pilotaje será de 100 millones de pesos y de 130 millones de pesos respectivamente.

Si se compran pilotes de 15 metros y la profundidad es de 20 metros, se requerirá una inversión extra de siete millones de pesos por cada pilote para hacer las adecuaciones pertinentes. Se usan pilotes de 20 metros y la profundidad es de 15 metros se requerirán cinco millones de pesos por cada pilote para hacer los recortes requeridos.

De la experiencia de haber hecho sondeos en la región donde se realiza la obra, se supone que la probabilidad de que el manto se encuentre a 15 metros es P(ß1)= 0.6, mientras que la probabilidad de que esté a 20 metros es P(ß2)= 0.4.

Por otra parte, para determinar la profundidad del estrato resistente en el terreno de la obra, existe la posibilidad de realizar un estudio geosísmico, el cual debido a las irregularidades geológicas del terreno, tiene la posibilidad de registrar profundidades erróneas.

Se puede suponer que los resultados que se obtienen de las pruebas geosísmicas se pueden redondear a 15.0 metros, 17.5 metros y 20.0 metros; el encargado de las pruebas geosísmicas le indica al constructor que las probabilidades condicionales de observar cada uno de esos valores, dado que realmente fueran ß1 y ß2 .

	P(Zi/ß1)	P(Zi/ß2)
Z0: la prueba indica 15.0 m	0.6	0.1
Z1: la prueba indica 17.5 m	0.3	0.2
Z2: la prueba indica 20.0 m	0.1	0.7
P(ßi)	0.6	0.4

-Obtenga el modelo de árbol de decisiones.

-Calcule las probabilidades posteriores necesarias.

-Resuelva el árbol de decisiones por el criterio del valor esperado.

[Enlace al Cuestionario 4]

[Enlace a la Página Principal de Ingeniería de Sistemas II]
